

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 087

1. Fie matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, care are toate elementele egale cu 1.

5p a) Să se demonstreze că $A^2 = 3A$.

5p b) Să se calculeze $\det(I_3 + A^3)$.

5p c) Să se demonstreze că dacă $B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ este o matrice cu proprietatea $AB = BA$, atunci suma elementelor de pe fiecare linie și de pe fiecare coloană ale lui B este aceeași.

2. Fie $\mathbb{Z}_{21} = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \dots, \hat{20}\}$ inelul claselor de resturi modulo 21.

5p a) Să se arate că suma elementelor inelului este $\hat{0}$.

5p b) Să se calculeze $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \dots \cdot \hat{20}$.

5p c) Să se determine numărul elementelor neinvertabile ale inelului.