

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 082**

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare cu coeficienți reali 
$$\begin{cases} x + ay + (b + c)z = 0 \\ x + by + (c + a)z = 0 \\ x + cy + (a + b)z = 0 \end{cases}$$

**5p** a) Să se calculeze determinantul matricei sistemului.

**5p** b) Să se arate că, pentru orice  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , sistemul admite soluții nenule.

**5p** c) Să se rezolve sistemul, știind că  $a \neq b$  și că  $(1, 1, 1)$  este soluție a sistemului.

2. Se consideră mulțimea  $G = \left\{ \begin{pmatrix} x & iy \\ iy & x \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \neq 0 \right\}$ .

**5p** a) Să se demonstreze că  $G$  este parte stabilă în raport cu înmulțirea matricelor din  $M_2(\mathbb{C})$ .

**5p** b) Să se arate că  $(G, \cdot)$  este grup abelian.

**5p** c) Să se arate că funcția  $f: (\mathbb{C}^*, \cdot) \rightarrow (G, \cdot)$  cu  $f(x + iy) = \begin{pmatrix} x & iy \\ iy & x \end{pmatrix}$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$  este izomorfism de grupuri.