

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 070

1. Pentru orice două matrice $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se definește matricea $[A, B] = AB - BA$.

5p a) Pentru $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, să se calculeze $[A, A^2]$.

5p b) Să se arate că, pentru orice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $[A, A^*] = O_2$, unde A^* este adjuncta matricei A .

5p c) Să se arate că, pentru orice $A, B, C \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $[A, [B, C]] + [B, [C, A]] + [C, [A, B]] = O_2$.

2. Se consideră grupul multiplicativ (\mathbb{R}_+^*, \cdot) și mulțimea de numere reale $H = (0, 1)$.

5p a) Să se arate că relația $a \circ b = \frac{ab}{ab + (1-a)(1-b)}$ definește o lege de compoziție pe H .

5p b) Să se arate că funcția $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow (0, 1)$, $f(x) = \frac{x}{x+1}$ are proprietatea $f(xy) = f(x) \circ f(y)$, $\forall x, y > 0$.

5p c) Să se rezolve în mulțimea (H, \circ) ecuația $x \circ x \circ x = \frac{1}{2}$.