

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 068

1. Se consideră matricele $A \in M_3(\mathbb{C})$ și $B = A - A^t$, unde A^t este transpusa matricei A .
- 5p a) Să se arate că $B + B^t = O_3$.
- 5p b) Să se demonstreze că $\det(B) = 0$.
- 5p c) Să se demonstreze că, dacă $x, y \in \mathbb{C}$ și matricea $xA + yA^t$ este inversabilă, atunci $x + y \neq 0$.
2. Se consideră ecuația $x^3 + px + q = 0$, $p, q \in \mathbb{R}$, și x_1, x_2, x_3 soluțiile complexe ale acesteia.
- 5p a) Știind că $p = 1$ și $q = 0$, să se determine x_1, x_2, x_3 .
- 5p b) Să se determine p și q știind că $x_1 = 1 + i$.
- 5p c) Să se arate că $12(x_1^7 + x_2^7 + x_3^7) = 7(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3)(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^2$.