

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 067**

1. Fie sistemul 
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + my + mz = -2 \end{cases}, \text{ cu } m \in \mathbb{R} \text{ și matricea } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & m & m \end{pmatrix}.$$

**5p** a) Să se calculeze  $\det(A)$ .

**5p** b) Să se demonstreze că rangul matricei  $A$  nu poate fi doi, pentru nicio valoare a lui  $m$ .

**5p** c) Să se determine valorile întregi ale lui  $m \neq 1$ , pentru care sistemul are soluție cu componente întregi.

2. Fie permutările  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ , elemente ale grupului  $(S_4, \cdot)$ .

**5p** a) Să se verifice că  $\gamma$  este soluție a ecuației  $\alpha x = x\beta$ .

**5p** b) Să se arate că  $\alpha^4 = \beta^4$ .

**5p** c) Să se determine o soluție a ecuației  $x\beta^3 = \alpha^3 x$  în  $S_4$ .