

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 064

1. Fie mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & 3y \\ y & x \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{Z} \right\}$ și matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se arate că dacă $Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ și $AY = YA$, atunci $Y \in M$.

5p b) Să se arate că dacă $X \in M$ și $\det(X) = 0$, atunci $X = O_2$.

5p c) Să se arate că $A^n \in M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

2. Se consideră polinomul $f = X^5 - X^4 + 3X^3 - X^2 - 2 \in \mathbb{C}[X]$.

5p a) Să se determine o rădăcină întreagă a polinomului f .

5p b) Să se calculeze $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_5^2$, unde x_1, x_2, \dots, x_5 sunt rădăcinile polinomului f .

5p c) Să se arate că f are o singură rădăcină reală.