

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 057

1. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} \in M_{2,1}(\mathbb{R})$, cu $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbb{N}$ și $x_0 = 1, y_0 = 0$.

5p a) Să se determine x_1, x_2, y_1 și y_2 .

5p b) Să se arate că $x_n + y_n \sqrt{2} = (3 + 2\sqrt{2})^n, \forall n \in \mathbb{N}$.

5p c) Să se arate că $x_{n+2} - 6x_{n+1} + x_n = 0, \forall n \geq 0$.

2. Se consideră mulțimile de clase de resturi $\mathbb{Z}_7 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{6}\}$ și $\mathbb{Z}_6 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$

5p a) Să se rezolve în corpul $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot)$ ecuația $\hat{3}x^2 + \hat{4} = \hat{0}$.

5p b) Să se determine ordinul elementului $\hat{3}$ în grupul (\mathbb{Z}_7^*, \cdot) .

5p c) Să se arate că nu există niciun morfism de grupuri $f : (\mathbb{Z}_6, +) \rightarrow (\mathbb{Z}_7^*, \cdot)$ cu $f(\bar{2}) = \hat{3}$.