

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 053

1. Pentru orice matrice $A \in M_2(\mathbb{C})$, se notează $C(A) = \{X \in M_2(\mathbb{C}) \mid AX = XA\}$. Se consideră matricele

$$E_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, E_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5p a) Să se arate că dacă $X, Y \in C(A)$, atunci $X + Y \in C(A)$.

5p b) Să se arate că dacă $E_1, E_2 \in C(A)$, atunci există $\alpha \in \mathbb{C}$ astfel încât $A = \alpha I_2$.

5p c) Să se arate că dacă $C(A)$ conține trei dintre matricele E_1, E_2, E_3, E_4 , atunci o conține și pe a patra.

2. Fie $a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ două permutări din grupul (S_5, \cdot) .

5p a) Să se rezolve în S_5 ecuația $ax = b$.

5p b) Să se determine ordinul elementului ab în grupul (S_5, \cdot) .

5p c) Fie $k \in \mathbb{Z}$ cu $b^k = e$. Să se arate că 6 divide k .