

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 039

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ ax + by + cz = 0 \\ bcx + acy + abz = 0 \end{cases}$$
, cu $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ și A matricea sistemului.

5p a) Să se calculeze $\det(A)$.

5p b) Să se rezolve sistemul, în cazul în care a, b, c sunt distincte două câte două.

5p c) Să se determine mulțimea soluțiilor sistemului, în cazul în care $a = b \neq c$.

2. Se consideră mulțimea $M = \left\{ a + b\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 5b^2 = 1 \right\}$.

5p a) Să se arate că $x = 9 + 4\sqrt{5} \in M$.

5p b) Să se demonstreze că (M, \cdot) este un subgrup al grupului multiplicativ (\mathbb{R}^*, \cdot) .

5p c) Să se demonstreze că mulțimea M are o infinitate de elemente.