

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 024

1. Se consideră o matrice $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$. Se notează cu A^t transpusa matricei A .

5p a) Să se demonstreze că $\forall z \in \mathbb{C}, \forall X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C}), \det(zX) = z^3 \det(X)$.

5p b) Să se demonstreze că $\det(A - A^t) = 0$.

5p c) Știind că $A \neq A^t$, să se demonstreze că $\text{rang}(A - A^t) = 2$.

2. Se consideră polinomul $f \in \mathbb{Q}[X]$, cu $f = X^4 - 5X^2 + 4$.

5p a) Să se determine rădăcinile polinomului f .

5p b) Să se determine polinomul $h \in \mathbb{Q}[X]$, pentru care $h(0) = 1$ și care are ca rădăcini inversele rădăcinilor polinomului f .

5p c) Știind că g este un polinom cu coeficienți întregi, astfel încât $g(-2) = g(-1) = g(1) = g(2) = 2$, să se arate că ecuația $g(x) = 0$ nu are soluții întregi.