

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 015**

1. Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} ax + by + cz = 1 \\ cx + ay + bz = 1 \\ bx + cy + az = 1 \end{cases}$$
, unde  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

5p a) Să se calculeze determinantul matricei sistemului.

5p b) Să se arate că dacă  $a^3 + b^3 + c^3 \neq 3abc$ , atunci sistemul are soluție unică.

5p c) Să se arate că dacă  $a + b + c = 0$ , atunci sistemul este incompatibil.

2. Se consideră polinomul  $f \in \mathbb{R}[X]$ ,  $f = X^4 - 5X^2 + 5$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .

5p a) Să se calculeze  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ .

5p b) Să se arate că polinomul  $f$  are toate rădăcinile reale.

5p c) Să se arate că dacă  $g$  este un polinom cu coeficienți reali care are proprietatea că pentru orice  $x$  real  $|g(x)| \leq |f(x)|$ , atunci există  $a \in [-1, 1]$  astfel încât  $g = af$ .