

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p) – Varianta 013**

1. Se consideră sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y + z = 3 \\ mx + y + z = 3m \end{cases}, \text{ unde } m \in \mathbb{R}. \text{ Pentru fiecare } m \in \mathbb{R}, \text{ notăm cu } S_m$$

mulțimea soluțiilor reale ale sistemului.

**5p** a) Să se determine  $m \in \mathbb{R}$  pentru care sistemul are soluție unică.

**5p** b) Să se arate că pentru orice  $m \in \mathbb{R}$  sistemul este compatibil.

**5p** c) Să se determine  $\min\{x^2 + y^2 + z^2 \mid (x, y, z) \in S_1\}$ .

2. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = A \cdot B$  și mulțimea

$$G = \left\{ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid \det(X) = 1 \right\}.$$

**5p** a) Să se verifice că  $A^4 = B^6 = I_2$ .

**5p** b) Să se arate că  $(G, \cdot)$  este un subgrup al grupului multiplicativ al matricelor inversabile de ordin doi, cu elemente numere complexe.

**5p** c) Să se demonstreze că  $C^n \neq I_2$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .