

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p) – Varianta 005

1. Se consideră punctele $A(0, 6)$, $B(1, 4)$, $C(-1, 8)$ și matricea $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & a \\ 6 & 4 & 8 & b \end{pmatrix}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se arate că punctele A, B, C sunt coliniare.

5p b) Să se determine rangul matricei M în cazul $a = 3, b = 0$.

5p c) Să se arate că dacă unul dintre minorii de ordin trei ai lui M , care conțin ultima coloană, este nul, atunci $\text{rang}(M) = 2$.

2. Se știe că (G, \circ) este grup, unde $G = (3, \infty)$ și $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow G$, $f(x) = x + 3$.

5p a) Să se calculeze $4 \circ 5 \circ 6$.

5p b) Să se demonstreze că funcția f este un izomorfism de grupuri, de la $((0, \infty), \cdot)$ la (G, \circ) .

5p c) Să se demonstreze că dacă H este un subgrup al lui G care conține toate numerele naturale $k \geq 4$, atunci H conține toate numerele raționale $q > 3$.